

Tweede herhalingstentamen Complexe Analyse
23 Augustus 2005, 09.00–12.00 uur

1. Bepaal de eerste drie termen in de Laurent-ontwikkeling voor

$$f(z) = \frac{\cos z}{z^2(1-z)}$$

rond het punt $z = 0$.

2. Definieer de functie $f(z)$ door $f(z) = e^{iz}$. Laat zien dat de functie $|f(z)|$ een maximum bezit op de verzameling

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}.$$

Bereken dit maximum en beargumenteer het antwoord.

3. Bepaal de polen, hun orde, en het bijbehorende residu, van de functie

$$f(z) = \frac{1}{z^3 + z^2 + z + 1}.$$

4. Bereken via residuenrekening de integraal

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta}{2 - \cos \theta} d\theta.$$

5. Bereken de oneigenlijke integraal

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{\cos 2x}{x^2 + 9} dx = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R \frac{\cos 2x}{x^2 + 9} dx$$

via residuenrekening. Beargumenteer de wijze waarop het antwoord verkregen wordt.